

Lemma 7.5

Proviamo che se p è un primo, comunque assegnati un intero positivo r e r interi a_1, \dots, a_r , se $p|a_1 \cdots a_r$, si ha che $p|a_i$ per qualche $i \in \{1, \dots, r\}$.

Dimostrazione: Procediamo per induzione su r , essendo la base dell'induzione il caso $r = 1$, nel quale non v'è nulla da provare. Sia ora $r > 1$ e supponiamo l'enunciato vero per $r - 1$ interi. Ora, se $p|a_1 \cdots a_r$, essendo p primo e $a_1 \cdots a_r = (a_1 \cdots a_{r-1})a_r$, per definizione ne segue che $p|(a_1 \cdots a_{r-1})$ oppure $p|a_r$. Nel primo caso, per l'ipotesi induttiva, $p|a_i$ per qualche $i \in \{1, \dots, r-1\}$. Ciò conclude il passo induttivo e completa la dimostrazione.